



География как точная наука

Александр Константинович ЧЕРКАШИН

доктор географических наук, профессор, главный научный сотрудник

akcherk@irmok.net, <https://orcid.org/0000-0002-7596-7780>

Институт географии им. В.Б. Сочавы СО РАН, Иркутск, Россия

Аннотация. Обсуждаются современное состояние и предпосылки формирования географии как точной доказательной науки. Своеобразие географической точности знаний определяется положением этой науки во фрактальной иерархической системе знаний на метатеоретическом (герменевтическом) уровне определения смыслового значения эмпирически и теоретически выявленных закономерностей с учетом особенностей окружающей среды проявления системных законов и постоянных величин естественного и математического происхождения. Географическая точность и наглядность возрастают при одновременном использовании познавательных средств системного, эмпирического и математического анализа, а также множества интертеорий, однотипно описывающих естественные, общественные и гуманитарные свойства. Степень проявления инвариантных характеристик, законов связи переменных и универсальных констант является критерием точности изучения природы, хозяйства и населения. Наличие этих особенностей продемонстрировано на примере сведения средствами дифференциальной геометрии частных закономерностей к общему линейному виду, аппроксимации рядов исходных данных периодическими функциями и вычисления различных константных соотношений в пространственных структурах. Прослеживается связь дискретных апостериорных соотношений с непрерывными аналитическими априорными моделями, с помощью которых объясняют пространственную дифференциацию. Достоверный расчет математических чисел по данным возможен только при центрировании, нормировании или логарифмировании измеренных признаков геосистем и наличии адекватных моделей их взаимосвязи. По требованиям «тонкой настройки» с ориентацией на математические константы должны быть определены естественные интервалы изменчивости коэффициентов моделей, которые корректируются по месту и времени и определяют области существования геосистем земного типа. Географическая точность зависит от умения принимать во внимание имеющиеся искажения и связывать их с факторным воздействием.

Ключевые слова: географическая наука, классификация знаний, математические модели, дифференциальные расслоения, пространственные структуры, универсальные константы

Для цитирования: Черкашин А.К. География как точная наука // Тихоокеанская география. 2025. № 4. С. 5–24. https://doi.org/10.35735/26870509_2025_24_1.

Original article

Geography as an exact science

Alexander K. CHERKASHIN

Doctor of Geographical Sciences, Professor, Chief Researcher

akcherk@irmok.net, <https://orcid.org/0000-0002-7596-7780>

V.B. Sochava Institute of Geography SB RAS, Irkutsk, Russia

Abstract. The current state and prerequisites for the formation of geography as an exact evidence-based science are discussed. The peculiarity of geographical accuracy of knowledge is determined by the position of this science in the fractal hierarchical system of knowledge at the metatheoretical (hermeneutical) level of determining the semantic meaning of empirically and theoretically identified patterns taking into account the environmental features of the manifestation of systemic laws and constants of natural and mathematical origin. Geographical accuracy and visibility increase with the simultaneous use of cognitive tools of systematic, empirical, and mathematical analysis, as well as a variety of inter-theories that describe natural, social, and humanitarian properties in the same way. The degree of manifestation of invariant characteristics, laws of connection of variables and universal constants is a criterion for the accuracy of studying nature, economy and population. The presence of these features is demonstrated by the example of reducing partial patterns to a general linear form by means of differential geometry, approximating series of initial data by periodic functions, and calculating various constant relations in spatial structures. This is one of the forms of deductive interpretation of the concepts of geosystem inter-theories, since the identified empirical generalizations can be formally represented by various scientific means, for example, in terms of thermodynamics. There are interpretative transitions from one explanatory knowledge system to another with different numerical and functional invariants. These include the constants of Archimedes, Neper, Euler, Pythagoras, the Phidias number of the golden ratio, Zhirmunsky's critical constant, and others. Such values are mathematically calculated with any practically necessary accuracy. Of particular interest to science are cases where constants can be extracted from empirical data. The connection between a posteriori established discrete relations and a priori continuous analytical models, which explain spatial differentiation, is traced. Reliable calculation of mathematical numbers based on data is possible only if the measured features of geosystems are centered, normalized, or logarithmic and there are adequate models of their relationship. According to the requirements of "fine tuning" with a focus on mathematical constants, natural intervals of variability of model coefficients should be determined, which are adjusted for place and time and determine the areas of existence of terrestrial geosystems. Geographical accuracy depends on the ability to take into account the existing distortions and associate them with the factor impact.

Keywords: geographical science, knowledge classification, mathematical models, differential bundles, spatial structures, universal constants

For citation: Cherkashin A.K. Geography as an exact science. *Pacific Geography*. 2025;(4):5-24. (In Russ.). https://doi.org/10.35735/26870509_2025_24_1.

Введение

Обычно считается, что своеобразие географии как системы частных географических наук, совокупности отраслевых знаний заключается во всестороннем описании поверхности нашей планеты и окружающих ее пространственно-взаимодействующих природных, хозяйственных и социальных геосфер и наборов их компонентов различного масштаба [1]. По этой причине географию часто рассматривали как вспомогательную дисциплину, включающую порайонные сведения справочного характера, полезные для разных специалистов. Однако главная культурная ценность географии состоит в том, что она формирует мировоззрение, целостное представление о территориальной среде жизнедеятельности в процессе школьного и университетского образования, овладения системой географических знаний и умений их компетентного применения [1]. Описательный, наблюдательный характер географического познания земного единства природы и общества и даже его художественное изображение в литературных текстах, на картинах и картах заставляют относить географию к общественным и гуманитарным наукам [2].

Гуманитарные дисциплины не в состоянии соревноваться с естественными по точности отображения действительности, не способны строго обосновывать свои теории и подтверждать гипотезы. Внедрение в исследование Земли инструментальных средств, использование вычислительной техники, математики, статистики, информатики, дистанционного зондирования существенно обогатило методический арсенал. Вместе с тем это незначительно повлияло на сущность географии как науки, не изменило ее методологические основы [1]. Огромные накопленные массивы пространственно-временных данных

необходимо еще оригинально обработать, извлечь из них новые знания, построить математические модели и теоретические схемы. В противном случае можно «утонуть» в потоке количественной информации, оставаясь на эмпирическом уровне познания, который по сути мало чем отличается от описательного подхода, и тогда география как наука не сможет удовлетворять важным требованиям точного, доказательного научного познания.

Отличие естественных наук от гуманитарных, фундаментальных от прикладных, точных от описательных, чистого знания от конкретного, географии от негеографических подходов кажется достаточно условным. География граничит со множеством других дисциплин, синтезирует специальное и отраслевое знание на междисциплинарной основе, дублирует направления исследований почти всех наук и по этой причине содержательно «расплывается» во все стороны. Необходимо выделить четкие границы предмета географических исследований, дать строгие определения понятий, рассчитать точные значения географических характеристик, подробно, в полном объеме изучить, достоверно логически обосновать и статистически проверить наблюдаемые в природе и обществе территориальные закономерности. Речь должна идти о своеобразной географической точности, существенной стороной которой становится обязательный учет всех особенностей окружающей среды проявления измеряемых величин и их связей [3, 4]. Решению этих задач посвящена эта статья, развивающая идеи единства общего, статистического и математического подходов [5], особенно в области натурных исследований и моделирования в географии и смежных науках.

Основные понятия

В науковедении выделяется особая группа точных наук (exact sciences), которые, как правило, противопоставляются общественным и гуманитарным наукам. К точным прежде всего относятся математика и естественные науки, использующие математику как средство познания для количественного выражения (измерения) результатов воспроизводимых наблюдений и экспериментов, статистического анализа данных и проверки гипотез на основании строгих логических рассуждений алгоритмического типа. В их число включены физика, химия, биология и, безусловно, технические науки, требующие расчета высокого соответствия работы деталей машин и механизмов. Точные методы исследования постепенно входят в каждую науку по мере совершенствования приборов измерения, развития теоретического фундамента специальных знаний и применения новых математических идей обработки данных.

В этом контексте география как точная наука изучает все то, что можно точно измерить на Земле и корректно (математически строго) описать и обосновать. С развитием науки и техники она становится все более точной и подробной. Основными методами географии являются наблюдение, измерение, картографирование и моделирование. Измерение используется для инструментального определения географических координат и относительной высоты местоположения, размеров территориальных объектов, количественных характеристик их компонентных свойств. Практическое измерение геометрических размеров, расстояний и размещения участков территорий различного масштаба проводится с давних времен с достаточной точностью.

Географические измерения имеют свои особенности, выраженные в полноте и комплексности отражения свойств территории различными количественными показателями [3, 4]. Географическая точность пространственных данных обеспечивается через разнообразие измеряемых физических показателей [6], в частности, с использованием метода комплексной ординации [6, 7] – одновременного наблюдения разными специалистами за состоянием и измерения географических характеристик геосистем разных местоположений с целью выяснения взаимосвязей между компонентами природной среды. В итоге накапливается массовый материал пространственно-координированных данных, для обработки которых необходимы адекватные математические модели и методы.

Простым примером таких моделей является общего вида формула В.В. Докучаева [8]: почва есть функция факторов почвообразования. Ф.Н. Мильков [9, с. 87] предложил разработать и использовать универсальную формулу ландшафта. А.А. Григорьев [10] полагал, что географическую среду можно изобразить в виде формул, если в сравнимых единицах выразить значения всех взаимоотношений факторов и условий. Он давно стремился превратить физическую географию из науки описательной в науку, построенную на точных закономерностях, и тем самым приблизить ее к точным наукам [11]. Считается, что потенциал развития современного ландшафтоведения может быть успешно реализован при опоре на физико-математическое знание, обеспечивающее достоверность результатов [12].

В экономической географии точность исследований зависит от использования достоверных источников статистических данных, что обеспечивается методической строгостью их сбора и обработки, обоснованностью полученных на их основе выводов благодаря применению математических методов. При сравнении территорий преимущественно сопоставляются одномасштабные объекты, процессы и явления, используются их существенные географические характеристики, обязательно принимаются во внимание объективные условия существования и развития сравниваемых объектов: природная среда, обеспеченность производства ресурсами, уровень социально-экономического развития региона и др. С самого начала для повышения точности каждого конкретного исследования необходимо четко сформулировать решаемую проблему, определить цель, задачи, принципы и средства изучения территории по алгоритму системного анализа, требующему на каждом этапе высокой точности отбора лучших вариантов решений. Основным этапом анализа является конструирование расчетной модели под задачу, поэтому для эффективного применения методов математического моделирования необходимо совершенствование системы географических показателей, что потребовало улучшения информационного обеспечения через измерение, накопление и картографическое представление пространственно-распределенных социально-экономических систем, повышения достоверности и полноты получаемых при этом данных, их защиты от искажений [13]. Подлинный прогресс географической науки, в частности, обусловлен внедрением количественных моделей и методов, обеспечивающих повышение точности и совершенствования характера объяснений действия природных и общественных законов, которые теперь уже в состоянии дать географы [14].

Социальную и экономическую географию часто относят к гуманитарным наукам, что базируются на иных способах познания, нежели науки естественные и точные, в частности, на герменевтическом методе, который, как считают, не поддается физико-математической интерпретации и формализован быть не может [15]. Между тем доказывается обратное: существует географическая герменевтика [16], удачно использующая формализмы дифференциальной геометрии, которые позволяют уточнить предмет географических исследований и предоставить новые модели и методы осознанной обработки пространственных и временных данных.

Предлагается в общем и прикладном плане со ссылками на примеры из прежних публикаций рассмотреть географию как реально и потенциально точную науку в различных вариантах проявления критериев точности знаний с использованием новой фрактальной схемы классификации знаний и определения места в ней географии [5, 17].

Измерительная точность

Наука становится количественно точной с началом применения в ней корректных методов измерения параметров исследуемых объектов. Разработки в области географических измерений и оценок становятся одними из важнейших в современной географии, однако специальных, обобщающих работ в отечественной литературе по этой теме почти нет [3].

Решая эту проблему, будем исходить из традиционной формы записи результатов измерений:

$$F(x) = f(y) + F(x_0), \quad (1)$$

где $F(x)$ – измеренные, $f(y)$ – измеряемые величины объектов (детерминированная составляющая, чистое знание); $F(x_0)$ – ошибка измерения, отклонение (аномалия) результата измерения $F(x)$ от истинного значения $f(y)$ характеристики объекта $F(x_0) = F(x) - f(y)$. Величина $F(x_0)$ зависит от приборной точности измерения и варьирования условий измерения – цены деления шкалы и величины сопутствующих погрешностей. Факт изменчивости обычно фиксируется выражением $F(x) = f(y) \pm F(x_0)$, где $f(y)$ – средняя величина, математическое ожидание; $F(x_0)$ – амплитуда среднеквадратического или иного отклонения случайной величины $F(x)$ относительно $f(y)$. При $F(x_0) = 0$ достигается абсолютная точность измерения $F(x) = f(y)$, когда величина $f(y)$ становится известна с пренебрежимо малой погрешностью. Понятно, чем меньше погрешность, тем выше точность.

Формируя системную парадигму в географии, В.Б. Сочава отмечал [18, с. 396], что при построении апостериорных, эмпирико-статистических моделей, воспроизводящих непосредственно наблюдаемые явления $F(x)$, необходимо учитывать все варианты пространственной изменчивости геосистем, рассматриваемой как помехи или шумовой фон $F(x_0)$ при выделении географических закономерностей $f(y)$, возникающих как результат взаимодействия геосистемы $f(y)$ и ее среды $F(x_0)$.

Различаются прямые и косвенные измерения. В метрологии прямое измерение – это измерение, при котором искомое значение x физической величины y получают непосредственно, например, по шкале жидкостного термометра: $x = F(x)$, $y = f(y)$, $x_0 = F(x_0)$, когда $x = y + x_0$, где x_0 – ошибка, а в иной интерпретации – норма прямого измерения, в частности, средняя величина типа климатической стандартной нормы – значений метеорологических элементов, полученных из многолетних рядов наблюдений на территории. Величина $y = x - x_0$ – центрированное значение, отклонение (невязка) от нормы, опорной точки измерения, нуля отсчета.

Косвенное измерение – определение искомого значения $F(x)$ величины $f(y)$ на основании результатов $x = \{x_i\}$ прямых измерений других физических величин $y = \{y_i\}$, функционально связанных $f(y)$ с искомой величиной. Требуется знать вид естественных $f(y)$ и инструментальных $F(x)$ функциональных зависимостей и их параметров $F(x_0)$, по которым проводится перерасчет набора значений $x = \{x_i\}$. Метрология основана на приборном измерении прежде всего физических величин и предполагает знание физических или иных природных и экономических законов.

Косвенные измерения используются в квалиметрии – экспертной и количественной оценке $F(x)$ качества объектов по измеренным характеристикам x их свойств, в частности, через расчет интегральных (сводных, агрегированных) показателей $F(x)$ качества. Здесь необходимо заранее знать формулу $F(x)$ свертки информации. В простом варианте это средневзвешенные линейные и нелинейные функции типа линейной регрессии или среднеквадратического отклонения. В частности, используется метод главных компонент для свертки массивов информации в систему независимых координат [19], несущих основные сведения об изменчивости признаков и позволяющих восстановить исходные данные и геоизображения с любой точностью. Известно, что ландшафтные характеристики параметрически зависят от высоты местоположения, поэтому относительную высоту рельефа следует считать комплексным фактором, идентифицирующим сходство коренных и факторально-измененных геосистем, что подтверждается связью высоты со значениями первого главного компонента, рассчитываемого для точности по множеству признаков [20].

Достоверность результатов измерения и расчетов повышается при проведении серии повторных наблюдений и экспериментов в воспроизводимых условиях со статистической обработкой рядов полученных данных. Сравнительно-географические исследования, как правило, напротив проводятся по маршруту следования однократно в местах с различными

ми условиями с измерением набора связанных показателей текущего состояния компонентов геосистем с получением нестатистических рядов для вычисления относительных величин. Результаты приводятся к сопоставимому виду посредством проведения мета-анализа накопленных данных [21]. Географический мета-анализ объединяет результаты исследований разных территориальных объектов методами логического, математического и статистического исследований для обоснования и проверки научных гипотез, выявления чистого знания $f(y)$, инвариантного средовым условиям $F(x_0)$ наблюдения. Мета-аналитические обобщения основаны на нестатистическом подходе сравнительно-географических исследований с переходом от исходных неоднородных наборов данных к однородным данным, допускающим стандартную статистическую обработку [21]. Базовым предположением нестатистического подхода является утверждение, что границы ошибок наблюдения $F(x_0)$ переменных и невязок точной зависимости $f(y)$ являются известными постоянными [22].

Соотношение (1) является также выражением общей модели информационных потоков и связей [23], где на вход поступают фоновые $F(x_0)$ средовые параметры x_0 , которые с учетом характеристик внутреннего состояния системы y преобразуются по правилам $f(y)$ в выходную результирующую функцию $F(x)$: правила преобразуют среду $F(x_0)$, а среда меняет правила $F(x)$ – якобы хаотический шум расшифровывается и превращается в полезную информацию, добавленное знание $f(y)$. Такая модель имеет общее основание в дифференциальной геометрии, формируется по строгой схеме расслоения на многообразиях связей $F(x)$ переменных x , что придает географическим и иным знаниям исключительную точность выражения их смыслов.

Познавательная точность

Общенаучная проблема достижения научной точности выражает эпистемологический аспект полноты и строгости отражения в полученных знаниях реального мира. Сюда относится корректное использование понятий и терминов в текстах, размерности показателей и знаков-символов в формулах, выяснение соответствия теоретических расчетов – имеющимся данным, построенных моделей – объекту исследования, разработанных планов – возможности их реализации в создавшихся обстоятельствах. Измерение рассматривается как частный процесс обеспечения эквивалентности через наблюдения и эксперименты, порождающие элементарное знание (объективные данные), которые необходимо обработать и теоретически осмыслить на более высоком абстрактном уровне. Валидацией моделей считается проверка их точности и надежности путем сравнения с реальными наблюдениями и тестирование моделей на различных сценариях. Эти процессы в широком смысле называются интерпретацией и включают формальную трактовку данных и содержательное толкование формул, а также объяснение и логический вывод одних знаний на основе других. Такими методами географ должен владеть, как и любой ученый, что обеспечивает возможность существования доказательной географии. В ее основе находится исходная информация тестирования и первичные мнения экспертов, а на вершине – систематические обзоры научных достижений и мета-анализ, т.е. совокупность процедур объединения средствами системного анализа и статистики результатов исследований в различающихся условиях для обоснования и проверки научных гипотез [21]. Одним из направлений доказательной географии становится ландшафтно-интерпретационное картографирование [24], где аналитические выводы с адекватной переклассификацией легенды делаются на основе ландшафтной карты, объединяющей разные представления о средовой неоднородности территории, в частности, при решении задач ландшафтного планирования [25].

В методологии науки есть самостоятельная проблема тонкой настройки познавательного процесса, в ходе которого параметры-коэффициенты теоретической модели должны

быть скорректированы очень точно, чтобы модель максимально соответствовала наблюдаемым данным. Проблема состоит в том, что отсутствует объяснение, почему законы, константы и граничные условия имеют конкретные выражения, при которых существует этот мир и возможна живая материя на нашей планете [26]. Другое, противоположное по смыслу, эвристическое правило, согласно которому параметры не должны быть точно настроены, называется естественностью. Здесь полагается, что параметры моделей, подобно статистическим величинам, являются суммой $x = x_0 + y$ двух значений: неизвестного оцениваемого значения x_0 и значения y , учитывающего вклад элементов внешней и внутренней среды (поправок). Раскрытие содержания y определяет направление новых исследований, что в географии связано с изучением трансформации географической среды – перехода y от точной зональной настройки x_0 к локальной естественности x значений параметров. Существование разнообразных форм земной жизни действительно определяется границами действия законов, точности констант и изменчивости условий.

Своеобразие географических исследований зависит от их положения в структуре научного познания на сетевой карте знаний или в иерархии включения в системы знаний, расположенных выше по познавательной мощности, чем география. Для ее понимания как точной науки необходимо показать, как она со всем ее разнообразным содержанием включается в круг системной методологии и математических методов моделирования.

Предлагается [5, 21] фрактальная схема (рис. 1а) организации разнообразия научных знаний в виде трехсекторного ориентированного графа разных уровней обобщения знаний: инвариантов-констант, исходных данных, обобщенных понятий, структурных моделей (орбитальный уровень С) и системных теорий разных предметных областей (уровень В), метатеорий (уровень А) и метанауки-математики (уровень О). В схеме реализуется фрактальное самоподобие графа, тождество его частей разного положения и масштаба.

На этой схеме выделяются уровни (горизонты, орбиты) и секторы познания типа координатной сети в полярной проекции земного шара [5] (рис. 1б). Деление происходит по секторам и уровням относительно центра математического полюса, ядра теоретического знания (понятия, модели, интертеории, метатеории) и эмпирической периферии (данные, метаданные): чем дальше от центра, тем конкретнее становится информация, выше географическая точность измерения состояния окружающей среды.

Центральное положение математики подразумевает, что любое знание радиальным $O \leftrightarrow A_1 \leftrightarrow B_{12} \leftrightarrow C_{121}$ переносом можно описать, объяснить и понять с использованием мате-

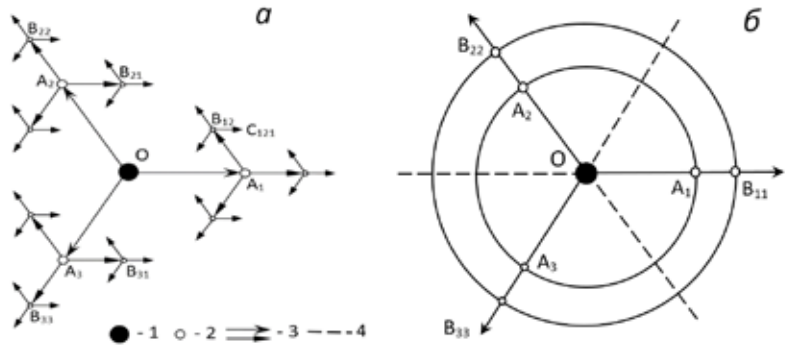


Рис. 1. Граф-схема (а) и соответствующая орбитальная модель (б) организации знаний: 1 – математический центр (О); 2 – производные позиции (А, В, С); 3 – направления вывода и координаты разного уровня; 4 – границы секторов дифференциации знаний (пояснения в тексте)

Fig. 1. Graph-diagram (a) and the corresponding orbital model (б) of knowledge organization: 1 – mathematical center (O); 2 – derived positions (A, B, C); 3 – directions of logical conclusion and coordinates of different levels; 4 – boundaries of knowledge differentiation sectors (explanations in the text)

математических структур: постоянных и переменных величин, функций, уравнений, функционалов, операторов и т.д. [17], а также независимых координат, групп, множеств, графов – абстрактных структур неколичественного свойства. Для достоверности математического анализа необходимо правильно сопоставить решаемую задачу позиции в иерархии знаний и корректно использовать предлагаемые на соответствующем уровне средства исследования и моделирования.

Метатеоретический уровень А представлен тремя секторами эмпирико-статистического A_1 , системно-концептуального A_2 и математического A_3 герменевтического анализа, направленного на понимание информации об объекте с учетом среды его формирования и обстоятельств научного изучения. Это деление напоминает три способа задания функции – зависимости единственного значения $F(x)$ от набора значений $x = \{x_i\}$ независимых переменных: табличный, графический и аналитический способы. Обработка табличных данных позволяет правильно объяснять смысл формул, скорректировать по графикам их коэффициенты. Графическое представление A_2 включает не только графики, но и различные структурные схемы-концептуальные модели: координатные пространства, коммутативные и иные диаграммы, простые и ориентированные графы, чертежи, карты – различные штриховые иллюстрации к научному тексту. В географии этот секторальный уровень A_2 представлен философией географической науки, общей географией, метагеографией, или теоретической географией – научной областью абстрактных исследований территориальной организации географических явлений, оперирующей идеальными объектами (материк, система расселения, культурный ландшафт), что отображаются не только в географическом пространстве, но и в пространстве разнокачественных координат: признаковым, факторном, векторном, функциональном и др. [27]. Используются картоиды – карты идеальных пространств типа схемы поляризованного ландшафта [28]. Концептуальные схемы дополняются количественной информацией (размеченные графы) и описываются математическими формулами, идентификация которых по данным дает расчетные уравнения. Этот пример иллюстрирует дополнительность независимых секторов и сочетанный синтез их метазнаний на А-орбите.

На уровне В находится множество интертеорий чистого знания (без учета особенностей геосреды), в единых понятиях описывающих системы разного рода сквозным образом, т.е. все объекты природы, хозяйства и населения, что характерно для географии [29], отображаются одинаковыми научными средствами. В пределах секторов метазнаний выделяются и попарно сочетаются эмпирические, концептуальные и математические интертеории, в терминах которых создаются типовые и конкретные модели изучаемых объектов. Интертеории отождествляются между собой через интерпретацию (замену) специальных системных понятий в их аксиомах. Этот познавательный процесс достаточно хорошо изучен и применяется на практике для индукции новых теорий и обоснования вида концептуальных, эмпирических и математических моделей [5, 30]. Наличие сквозных по описательным средствам теорий обеспечивает возможность существования географии как точной науки, наподобие физики.

Точность в смысле постоянства размера и цены деления шкалы измерительных приборов рассматривается в качестве фундаментального свойства – инварианта идеального соответствия в метрологической интертеории [4]. Он соотносится (эквивалентен) через интерпретацию понятий с инвариантами других интертеорий, что не изменяются, сохраняются и обязательно учитываются в качестве ограничений. В связи с этим выявление разных форм совершенства геосистем, инвариантов их существования является в теоретическом плане признаком точности и предметной определенности географических исследований.

Каждая системная интертеория представляет данные $x = \{x_i\}$ в пространстве $X = \{X_i\}$ независимых координат X_i , соответствующих ее базовым понятиям, имеющим аналогичные представления в других интертеориях. Точное размещение (ординация) исходных данных в этих координатных пространствах определяет степень достоверности результатов их

последующего системного анализа по моделям. Важное значение имеет верное задание самой системы независимых координат $X = \{X_i\}$, отражающей соотношение определяемого X_i и определяющего $x_i \in X$, например, шкалы термометра X_i и его конкретное показание температуры x_i [5]. Для всякой интертеории нужна своя математика, точнее собственная геометрия соответствующего пространства.

Сочетание интертеории с определенной координатой (категорией качества) дает специальную теорию. Так, географические исследования в первую очередь связаны с пространственными координатами размещения, поэтому хронологический подход определяет специфику географии в целом в пространственном координатном срезе каждой интертеории. Дополнительный учет в исследованиях физических характеристик формирует физическую географию, экономических показателей – экономическую географию и т.д. В итоге географическая точность обеспечивается многоаспектностью научных подходов к изучению природы, хозяйства и населения территории, в связи с чем продолжающаяся естественная диверсификация географической науки делает ее более полной и точной. Комплексный подход, синтетическая роль географии по отношению к смежным дисциплинам позволяют говорить о становлении своего рода «географической формы точности» в научных исследованиях [31, с. 206].

Фиксируется необходимость множества теоретических оснований для познания объекта, разных базовых понятий и аксиом для объяснения связей геохарактеристик и их изменений с различных точек зрения. Есть возможность интерпретировать территориальные объекты с физико-математических позиций, рассматривая физику процессов с интертеоретической точки зрения как общую теорию механизмов регулирования в природе и обществе [32]. Можно равноправно применять интертеорию сложных систем-комплексов и интертеорию динамических систем. В последней в единых терминах и уравнениях описываются потоки речных вод и селевые потоки, восстановление лесных массивов, преобразование древесного сырья на производственных линиях, логистическое распределение произведенных продуктов, рыночное движение товаров, транспортное перемещение трудового населения, его профессиональный рост и популяционное старение. Математические уравнения интертеории динамических процессов позволяют это делать однотипным образом.

Математическая точность

Большинство ученых-теоретиков мечтают о том, чтобы их наука однажды стала столь же точной, как физика и математика. В. Бунге [29] считал географию точной наукой, пытался реализовать это свойство в теоретической географии, в которой должны быть взаимосвязаны простота, универсальность и точность изложения системных знаний об уникальных объектах разных местоположений; точность он понимал как максимальную конкретизацию задачи. Это позволяло бы развивать географию как строгую математическую науку, позволяющую получать неожиданные результаты. Точность и однозначность вычислений и выводов является неперенным атрибутом применения математического анализа, поэтому использование математических средств обработки данных и логичного изложения результатов исследований объективно необходимо для любой науки для совершенствования ее методов изучения жизни природы и общества. Науки различаются по степени математизации своих исследований, обоснованного приложения математических моделей и методов. Эти методы более точны по сравнению с описательными, используют формализованную систему понятий, выдвигают строгие требования к статистической проверке достоверности гипотез и созданию теоретических конструкций.

В географии такие методы нашли широкое применение в геодезии и картографии, прогнозировании погоды, при моделировании экономико-географических процессов и явлений [33]. В географических исследованиях все больше используются формальные средства системного анализа, оптимального управления, теории групп, теории множеств, топологии, проективной и дифференциальной геометрий и др. Интересен и весьма полезен аксиоматический подход к организации научной теории. Необходимо точно знать,

как правильно и со смыслом применять богатый арсенал математических знаний. Есть потребность в математическом аппарате, адекватном сложности географических явлений. Однако одно только знание географом основ математики без опыта приложения этих знаний не приводит к новому научному результату. В то же время, математик обязан понимать отличительное своеобразие объекта и предмета географических исследований. С этим связана проблематика имитационного моделирования с привнесением в модель собственных формальных представлений ученого о структурах и функциях изучаемой системы, что снижает адекватность построенных моделей и точность производимых по ним расчетов. По этой причине имитационные модели, основанные на неточных гипотезах, субъективны и нацелены на решение строго определенного круга задач [34]. Закономерен переход от такого рода моделирования к теоретическому обоснованию моделей систем разного рода, представлению территориальных объектов как полисистем [30].

В географии математические методы применяются на всех стадиях исследования, но чаще всего при статистической обработке исходной информации и выявлении эмпирических зависимостей. Вместе с тем, по мнению Д.Л. Арманда [35], методы статистики не раскрывают никаких истин, ничего не говорят о причинах взаимосвязей. Требуется пойти дальше простого использования этих методов, которые по правилам науки должны следовать за математическим анализом абстрактных моделей истинного содержания, что предполагает высокий уровень теоретизации географии с применением формального языка математики.

Межсекторальное взаимодействие $A_1 \leftrightarrow A_2 \leftrightarrow A_1$ на уровне A (см. рис. 1) предполагает существование географии как географической герменевтики в форме математической, цифровой географии, что позволит обеспечить доказательность на том же уровне, как это сейчас возможно в чисто математических работах. Такие возможности открывает герменевтическая методология расслоения – исследования по частям, строго выраженные в терминах теории множеств и дифференциальной геометрии, обеспечивающих наглядность формальным представлением о территориальных объектах в виде графических схем и карт.

Расслоение $s=(X, \delta, B)$ – это отображение δ множества X на множество B : $\delta: X \rightarrow B$. Пространство X называется множеством (пространством, объектом) расслоения, а B – базой расслоения, состоящей из набора элементов $b_j \in B$ этой базы. Обратное отображение $\sigma: B \rightarrow X$ сечет пространство X , превращая его в расслоенное пространство $Y=\{Y_j\}$ непересекающихся слоев Y_j . Последнее качество наглядно прослеживается при расслоениях пространства X на базе гладких многообразий M (рельефных поверхностях), точки которых $x_0=\{x_{0i}\}$ в координатах $x_{0i} \in X_j \subset X$ пространства X соотносятся с базой расслоения M . В варианте касательного расслоения $\delta: X \rightarrow M$ слоями $Y_j \subset X$ являются плоскости или векторы, касательные к точке x_{0i} . Такая ситуация моделируется при «покрытии» плоскими картами модели земной сферы, когда каждая карта касается сферы только в одной точке, или при выделении на территории разного типа геосистем (геомеров) в различных местоположениях. На ландшафтно-типологических картах таксономические слои Y_i расслоенного признакового пространства $Y=\{Y_j\} \subset X$ представлены непересекающимися контурами геомеров. Также можно представить расслоение модели земной сферы на множество параллелей по точкам линии нулевого меридиана (базы M) или всех меридианов – по точкам экватора.

Поверхность M многообразия описывается дифференцируемой функцией $F(x)$, $x \in X$ многих переменных $x=\{x_i\}$, характеризующей связи элементов. Предполагается, что системная функция $F(x)$ различается для систем различного рода, для которых по-разному понимаются элементы и их связи. С помощью $F(x)$, описывающей поверхность многообразия M , появляется возможность решать аналитические задачи формальными средствами дифференциальной геометрии.

Касательное преобразование Лежандра $F(x) \rightarrow F^*(a)$ послойно переводит в окрестности значения $x_0=\{x_{0i}\}$ непрерывную функцию $F(x)$ в зависимость $F^*(a)$ вида:

$$F(x) = a \cdot x + F^*(a) = \sum_{i=1}^n a_i x_i + F^*(a), a_i = \frac{\partial F(x)}{\partial x_i}, x_i = -\frac{\partial F^*(a)}{\partial a_i}. \quad (2)$$

В случае

$$F^*(a) = -\sum_{i=1}^n a_i x_{0i} + F(x_0) \quad (3)$$

появляется билинейная функция $f(y) = F(x) - F(x_0)$ относительных переменных $y = \{y_i\}$, $y_i = x_i - x_{0i}$ и $a = \{a_i\}$ [17]:

$$f(y) = a \cdot y = \sum_{i=1}^n a_i y_i = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial y_i} y_i, a_i = \frac{\partial f}{\partial y_i}, f(y) = F(x) - F(x_0). \quad (4)$$

Здесь $a = \{a_i\}$ – набор (вектор) двойственных к вектору $x = \{x_j\}$ переменных; $a \cdot x$ – скалярное произведение векторов a и x . Переменные a_i имеют смысл чувствительности изменения функции $F(x)$ при изменении переменных x_j на единицу. Универсальная функция $f(y)$ (точное знание) описывает варьирование состояния отдельного слоя в локальных координатах $y = \{y_i\}$ и везде для каждой системы выглядит одинаково, но по-разному ориентирована, что обеспечивает ее преобразование – поворот внутри слоя и перенос между слоями (см. рис. 16). Это позволяет сравнивать зависимости, сводить их к одному виду, проводить мета-анализ результатов исследования, повышая достоверность статистических выводов [21].

Абстрактные формулы (2)–(4) своеобразно интерпретируются в термодинамике – феноменологической науке, разделе физики, изучающем наиболее общие свойства макроскопических систем и способы передачи и превращения энергии в таких системах. Они состоят из большого количества частиц, и состояния систем описываются экстенсивными $x = \{x_j\}$ (внутренняя энергия, объем, энтропия, количество частиц и концентрация компонентов) и интенсивными $a = \{a_i\}$ (абсолютная температура, давление) потенциалами. Потенциалы x являются аддитивными характеристиками макросистем, т.е. рассчитываются как сумма показателей их частей. Для описания систем используются функции состояния $F(x)$ типа термодинамических потенциалов (внутренняя и свободная энергия, энтальпия), задаваемых уравнениями вида (2)–(4). Подобные величины и функции представлены в различных областях знаний, и макроскопический подход широко распространен в науке и прослеживается в географии. К показателям x , например, относится площадь территории, национальное богатство, валовой региональный продукт, ресурсный и производственный потенциалы, объемы производства и продаж, численность населения страны по административным единицам; к показателям a – цена ресурсов, акселераторы промышленного роста по отраслям, предельный продукт и предельное потребление. Формула $f(y)$ соответствует квалитетической функции типа производственной функции Кобба-Дугласа зависимости объемов от факторов y производства: труда и капитала. Переменные a_j – здесь предельные производительности капитала и труда. Разные однородные производственные функции $f(y)$ являются частными решениями уравнения Эйлера вида (4).

С помощью соотношений (2)–(4) появляется возможность дать более расширенную трактовку формулы (1) для результатов измерений: всякое знание $F(x) = f(y) + F(x_0)$ представляет собой чистое знание $f(y)$, исправленное (дополненное) обстоятельствами наблюдения $F(x_0)$, превращающими универсальные законы $f(y)$ в частные закономерности $F(x)$. Величины x_0 и $F(x_0)$ имеют смысл фоновых условий и среды взаимодействия элементов конкретной системы – части (слоя) проявления системы $F(x)$ в целом. Это метаправило географической науки определяет ее предмет исследования [17]. В физике, особенно в квантовой, обоснованно пренебрегают константами фазового смещения, используют законы в чистом виде. Физической географии необходимо обязательно учитывать неоднородность земной среды, что отображается на ландшафтных картах. В этом смысле физическая география оказывается более точной наукой, чем физика, поскольку должна принимать во внимание все обстоятельства действия законов. Географическое «нечистое»

знание через средовую интерпретацию делает фундаментальные законы приближенными к реальности. Аналогичный, парагеографический подход применяется в других науках. Так, при описании физических полей для обеспечения инвариантности проявления законов физической теории относительно координатных преобразований пространства вводится представление о калибровочных полях – своеобразном космическом ландшафте [36], когда в теоретическом описании законы природы не меняются, а трансформируется их физическая среда. Формулы (1) – (4) учитывают это качество и предлагают новые методы математического анализа геоанных.

Геоинварианты и математические константы

Инвариант – это то, что сохраняется при разного рода преобразованиях, внутренне свойственно всем системам определенного типа, например, зональные свойства геосистем, которые присутствуют во всех геосистемах природной зоны, но в наибольшей степени проявляются на равнинных территориях. К инвариантам знаний относятся базовые понятия и законы-аксиомы теории, включая закон сохранения фундаментальных качеств и величин наподобие истины суждений или постоянства величин (констант). На метатеоретическом уровне (см. рис. 1) по указанным трем секторам среди используемых данных выделяются концептуальные, физические и математические константы и функции. В первом случае речь идет о семантических множителях (примитивах, элементах смысла) – базовых априорных понятиях. На картах и системных диаграммах – это точки (вершины, узлы, центры, значки), соединяющие их линии и стрелки, контуры (полигоны, блоки схем, выноски). Их множество наделено топологической структурой – схемой (сетью) организации элементарных изображений и знаков с прямыми и обратными связями.

Физические константы, как правило, имеют размерность и содержательный смысл, в частности, скорость света, одинаковая во всех системах отсчета. Они определяются опытным путем. Безразмерные универсальные математические константы генерируются в результате решения уравнений и с любой, но не бесконечной, точностью рассчитываются по специальным формулам. Один из критериев точности – наличие в статистических расчетах универсальных констант, инвариантов значений и знаний. Они вычисляются путем решения так называемой обратной задачи моделирования. В географии при использовании данных разной размерности их предлагается центрировать и нормировать, а также при необходимости логарифмировать, чтобы привести к однородному безразмерному виду с линейной зависимостью, что в сравнимых единицах выражает связи факторов и условий.

Особое место в точных науках занимают безразмерные иррациональные постоянные числа, появляющиеся как эмпирические значения или в виде констант уравнений связи переменных. К ним относятся константы Архимеда $\pi=3.14\dots$, Непера $e=2.718\dots$, число Эйлера, Пифагора $\sqrt{2} = 1.414\dots$, число Фидия $\phi = 1.618\dots$ золотого сечения, критическая константа Жирмунского $e^e=15.154\dots$ и др. Эти величины могут быть математически рассчитаны с любой практически необходимой точностью после запятой. Однако особенно интересны те случаи, когда константы могут быть извлечены из эмпирических данных, например, из соотношения $\pi=L/D$ измеренных длины окружности L к диаметру D круга.

Продemonстрируем появление универсальных констант на примере решения и применения дифференциальных уравнений первого и второго порядков для функции $R(t)$ времени t и иных параметров изменения:

$$a) \frac{dR}{dt} = aR(t), \quad б) \frac{d^2R}{dt^2} = -\omega^2 R(t). \quad (5)$$

Эти соотношения являются аналогами уравнения (4) при $y=R(t)$, $f(y)=dR/dt$ или $f(y)=d^2R/dt^2$ и $a=a$ или $a=-\omega^2$. При постоянном темпе роста $a>0$ уравнение (5a) описывает процесс увеличения численности популяции $dR/dt>0$ в отсутствии сдерживающих факторов

(модель Т. Мальтуса), а при $\alpha < 0$ – ее вымирания. Решение находится при начальной численности $R_0 = R(t_0)$, для чего обе стороны равенства (5а) делятся на $R(t)dt \neq 0$ ($dR/dR(t) = \alpha dt$) и интегрируются: $\ln R(t) = \alpha t + C$, где $C = \ln R_0 - \alpha t_0$, т.е. $\ln[R(t)/R_0] = \alpha(t - t_0)$ и $R(t) = R_0 \exp(\alpha(t - t_0))$. Здесь $\ln[R(t)/R_0] = \alpha(t - t_0)$ – безразмерная относительная величина численности, что линейно зависит от времени θ , нормированном $\theta = (t - t_0)/\tau$ по величине характерного времени $\tau = 1/\alpha$. После потенцирования из чисто математических соображений появляется константа Непера e в экспоненциальной функции $\exp(\alpha t) = e^{\alpha t}$. По временным рядам эмпирических данных $R(t)$ рассчитывается значение константы по формуле $e = R_0/R(t)$ для момента $t - t_0 = \tau$, когда $\theta = 1$.

При $R(t) = W_N - W(t)$ выводится уравнение Г.Ф. Хильми [37], описывающее при $\alpha < 0$ изменение запасов лесных ресурсов $W(t)$ (кбм/га), представленных в таблицах хода роста насаждений, относительно предельного запаса W_N , что зависит от условий географической среды (бонитета N): $dW(t)/dt = -\alpha(W_N - W(t))$. Коэффициент темпов роста оказался одинаков $\alpha \approx -0.0124/\text{год}$ ($t_0 \approx 22.89$; $\tau \approx 85.6$ лет) для всех бонитетов Ia , $I-V$ сосновых лесов. Значение $e = R_0/R(t) \approx 2.719$ на момент $t_0 + \tau \approx 100$ лет для лесонасаждений Ia близко к стандарту $e = 2.718$. Для всех бонитетов в среднем $R_0/R(t) \approx 2,64 \pm 0.102$ с вариацией 3.8 %, что отражает точность модели, которая снижается с ухудшением условий среды объектов наблюдений. В очень плохой среде закономерность не проявляется, константы не выделяются и сосновые леса не встречаются.

Для приведения уравнений к универсальной форме (4) данные по запасам $W(t)$ древостоев центрированы по максимальным значениям и нормированы по запасу на момент $t_0 = 20$ лет, что позволяет свести в полулогарифмической шкале закономерности роста $W(t)$ к единой метааналитической линейной зависимости, повысив точность оценки взаимосвязи переменных: $\ln[R_0/R(t)] = 0.0124(t - 22.9)$ с корреляцией 0.999 (рис. 2). Это соотношение через типовую функцию-инвариант $\ln[R_0/R(t)]$ демонстрирует связность частных закономерностей, сформировавшихся в разнородной геосреде.

Экспоненциальное соотношение $R(t)/R_0 = e^e = 15.154$ при $\theta = e$ достаточно часто встречается в природных и экспериментальных данных и отражает закономерности формирования временных и пространственных ритмов, а также структуру природных систем различных уровней иерархии [38]. Здесь отношения между значениями аргументов и функций, соответствующих началу R_0 и концу $R(t)$ – критическим уровням – стабильного аллометрического роста и развития, является величиной постоянной, в идеальном случае равной e^e . В основе объяснения этой закономерности лежит уравнение экспоненциального роста (5а) с запаздывающим аргументом и связанная с ним степенная (аллометрическая) кусочнонепрерывная функция взаимосвязи характеристик систем со скачкообразным изменением коэффициентов на критических рубежах. В концепции критических уровней [38] разные процессы в пространствах показателей представлены последовательностью фаз роста и перестройки, после которой начинается качественно новый цикл развития (см.

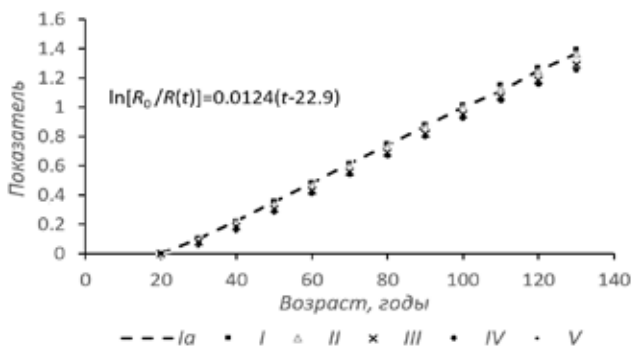


Рис. 2. Изменение с возрастом центрированного, нормированного и логарифмированного показателя $\ln[R_0/R(t)]$ запасов $W(t)$ сосновых лесонасаждений разных бонитетов $Ia, I-V$

Fig. 2. Age-related change in the centered, normalized, and logarithmic index $\ln[R_0/R(t)]$ of stocks $W(t)$ of pine forests for different site indexes $Ia, I-V$

рис. 1а) до достижения предельного состояния и т. д. В экономике это выражается в последовательной смене разных технологических укладов организации хозяйства и жизни общества [39], что важно для понимания сущности устойчивого развития [40].

Другая модель – колебательного процесса – передается уравнением (56). Оно описывает отклонение $R(t)$ состояния системы от нормального состояния $R=0$ – точки отсчета. Величина $\omega=2\pi/T$ – угловая частота колебания с периодом T включает в качестве коэффициента пропорциональности число $\pi=\omega T/2$. Общее решение (56) $R(t)=\exp(\pm i\omega t)=\cos(\omega t)\pm i\sin(\omega t)$ – комплексная переменная, где $i=\sqrt{-1}$ – мнимая единица, еще одно из фундаментальных чисел, которые увязаны тождеством Эйлера $e^{i\pi}+1=0$. Частное решение зависит от величины начального отклонения $R(0)$ и стартовой скорости $dR/dt = V(0)$, определяющих амплитуду колебаний $R(t)=[V(0)/\omega]\sin(\omega t)+R(0)\cos(\omega t)$.

Давно Архимедом эмпирически доказано, что на плоской поверхности отношение длины окружности L к диаметру D круга равно $\pi=L/D$. Отклонение от этой величины указывает на искажение круговой поверхности, на не соответствие идеальным, абстрактным формам. Так, отношение длины окружности Земли по экватору 40075 км к среднему диаметру планеты 12756 км равно 3.1416, т.е. отличается от π всего на 0.0021 %.

Для обеспечения соответствия действительности в абстрактные математические соотношения вводятся поправки, учитывающие своеобразие форм объектов.

Так, геометрические свойства элементов ландшафтной мозаики формируются под влиянием геологических и климатических факторов и отражают своеобразие территории. Для оценки деформации контуров предложены меры их удлиненности типа показателя эллиптичности $K=\pi D^2/4S$ – отношения площади круга, построенного на диаметре D контура, к его площади S [41]. Географическая точность зависит от умения принимать во внимание имеющиеся искажения и связывать их с факторным воздействием.

В работах Б.В. Виноградова [42] эмпирически показано, что вероятность $P^*(r)$ появления на местности ландшафтных контуров с линейным размером больше D м хорошо описывается уравнением мультимодального распределения в логарифмических переменных (рис. 3):

$$E(r) = -\ln P^*(r) = 0.73 - 0.985r + 0.482 \cos 5.307r, \quad r = x - x_0 = \ln D / D_0, \quad x = \ln D, \quad x_0 = \ln D_0, \quad (6)$$

где D_0 – минимальный размер выделов. По результатам статистического анализа рядов данных [42] получается $\omega=5.307$. Соотношение смежных значений D максимумов мультимодальной кривой $E(r)$ равно примерно $\pi \approx 3.27$ (ошибка 4.08 %), т.е. период $T=\ln 3.27=1.186$ в единицах r , откуда $\pi=\omega T/2 \approx 3.147$ (0.17 %). Подобную же закономерность в соотношении положений максимумов D_N группы полимодального распределения размеров D живых организмов пелагиали Мирового океана отмечал Л.Л.Численко [43], когда модальные значения D_N увеличиваются в геометрической прогрессии $D_N=D_0\pi^N$, где N – номер размерной группы. Варианты такого распределения размеров с отклонениями параметров от константы π выделены по результатам многих наблюдений. В частности, в прикурильских водах Тихого океана обнаружена параметрически устойчивая полимодальная структура распределения особей нектона по натуральным логарифмам массы тела [44]. Эта закономерность

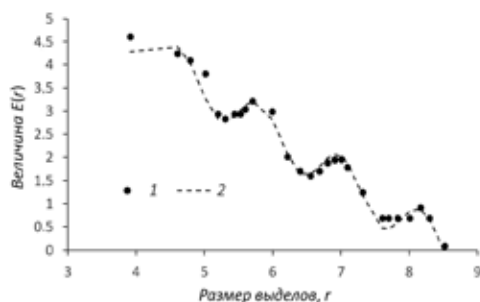


Рис. 3. Величина $E(r)=-\ln P^*(r)$ вероятности $P^*(r)$ встречаемости выделов размером большим $r = \ln D / D_0$: 1 – исходные данные [42], 2 – кривая, рассчитанная по уравнению (6)

Fig. 3. The value $E(r)=-\ln P^*(r)$ of the occurrence probability $P^*(r)$ of contours larger than $r = \ln D / D_0$: 1 – the initial data [42], 2 – the curve calculated according to equation (6)

с параметром $T \approx 2$ инвариантна для разных способов разбиения исходного фактического материала (по сезонам, по географической широте, по времени суток). Количественные отклонения от π объясняются своеобразием размерных показателей, содержательной интерпретации и обработки данных, характера частотного распределения случайных величин, выбранных регионов исследования и стадий развития (совершенства) сообществ. По требованиям тонкой настройки с ориентацией на математические константы должны быть определены естественные интервалы изменчивости коэффициентов, которые корректируются по месту и времени, чтобы модель идеально соответствовала данным.

М.А. Садовский [45] сформировал концепцию блочно-иерархической структуры геологических сред, согласно которой земная кора делится на отдельные части разного размера. Размеры отдельных частей сгруппированы дискретно и соотносятся друг с другом на широком диапазоне размеров (более 15 порядков) с коэффициентом $\pi \approx 3.5 \pm 0.9$. Подобным же образом кривая распределения стран по размерам имеет слабовыраженный мульти-модальный характер с шагом между экстремумами $\pi \approx 3.16$, который близок к отношению преимущественных размеров блоков земной коры [46]. Недавно теоретически и на примере высотного распределения геомов показано, что эволюционные преобразования геомов происходят дискретно с шагом величиной π [27]. Безразмерный и сквозной характер этого расчетного значения обеспечивается логарифмическим преобразованием наблюдаемых показателей.

Иррациональное число золотого сечения $\varphi = 0.618\dots$ характеризует пропорцию соотношения части и целого β : $\varphi/\beta = (\beta - \varphi)/\varphi$. Отсюда при $\beta = 1$ значения $\varphi_1 = 0.618$ и $\varphi_2 = 1.618 = 1 + \varphi_1 = 1/\varphi_1$ являются решением уравнения $\varphi^2 + \beta\varphi = \beta^2$. Его можно рассматривать в качестве характеристического соотношения для дифференциального уравнения (ДУ), являющегося линейной комбинацией формул (5): $d^2R/dt^2 + \beta dR/dt = \beta^2 R(t)$, где β – размерная константа. Соотношения типа $\varphi^2 + \beta\varphi = \beta^2$ появляются, если находить общее решение линейного ДУ в виде $R(t) = e^{\beta\varphi t}$. Корни φ_1 и φ_2 связаны с коэффициентами ДУ, например, для (5) $\beta\varphi_1 = \alpha$ и $\beta\varphi_{1,2} = \pm \omega i$. Общее решение ДУ находится в виде $R(t) = C_1 \exp(\varphi_1 t) + C_2 \exp(\varphi_2 t)$, что при $C_1 > 0$, $C_2 > 0$ и $\beta > 0$ с коэффициентами φ_1 и φ_2 золотого сечения отражает устойчивый рост, эволюционное отклонение от положения равновесия $R(t) = 0$.

Значения золотого сечения проявляются в соотношении последовательности чисел Фибоначчи, в частности, описывающих экспоненциальный рост популяции с запаздыванием и структурой с фрактальными свойствами самоподобия. Они широко используются в науке и искусстве [47]. Их пытаются найти в гармонично устроенных географических явлениях, красиво и оптимально использующих пространство – в росте деревьев, ветвлении рек и транспортных путей. Обращается внимание на то, что многие административные центры города России расположены близко ($54,60 \pm 1.96^\circ$) к широте $55.62^\circ = 90^\circ \cdot \varphi = 90^\circ \cdot 0.618$.

М.А. Марутаев [47] выявил сквозные закономерности проявления числа $\chi = \sqrt{2} \approx 1.414$ и обратного ему числа $\lambda \approx 0.707$ в музыкальных рядах и произведениях, в таблице химических элементов и последовательности планет – в микро- и макромире, естественной и гуманитарной сферах. Он связал их с другими пропорциями, где участвуют иные универсальные константы. В данном случае целое делится не на две, а на несколько частей, которые соотносятся определенным образом посредством константы $\chi = 1/\lambda$. Например, доля площади Мирового океана в общей поверхности Земли составляет $\lambda \approx 0.708$. Примерно также соотносятся соседние по размерам площади континентов $\lambda \approx 0.687 \pm 0.125$ и другие свойства геосистем [30].

Предложен фундаментальный канонический ряд соотношения размеров геологических блоков D_N разных масштабных уровней N , связанных с величиной ядра Земли D_0 [48]: $D_N = D_0(\sqrt{2})^{-N}$, где значение $a = \sqrt{2}$ используется в качестве модуля масштабного фактора для расчета N -зон – толщины оболочки мелкомасштабной дезинтеграции и времени формирования зон. Для объяснения появления иерархически-блочных структур предложено использовать континуальную неевклидову модель сплошной геосреды, валидация которой проводилась по результатам измерений радиальных смещений вокруг

подземных выработок на больших глубинах рудника «Николаевский» в Дальнегорском районе Приморского края [49].

Даже при недостаточной точности решения обратных задач с вычислением универсальных констант и зависимостей по причине несовершенства самих систем и методов их изучения наличие геоинвариантов указывает на возможность существования фундаментальных законов связи измеренных показателей, целевых пропорций развития, направлений движения к цели.

Выводы

Точность географической науки проявляется в разных аспектах: определения понятий, измерения и вычисления значений. Точность вычисления относительна; даже в математике невозможно достигнуть абсолютной точности в численных расчетах иррациональных величин, поэтому расчеты проводятся с допустимой погрешностью, приемлемой для решения поставленных научно-технических задач. Географическая точность и наглядность возрастает при одновременном использовании средств общесистемного, эмпирического и математического анализа, а также множества интертеорий, однотипно описывающих естественные и гуманитарные качества. По этой причине в рамках каждой интертеории проблема географической точности в ее расширенном трехсекторном понимании должна решаться так же, как в смежных физических, химических, биологических и других науках, точность экспериментальных исследований которых общепризнана.

Ясно прослеживается взаимосвязь дискретных апостериорных соотношений с непрерывными аналитическими априорными моделями, с помощью которых пытаются объяснить явления пространственной дезинтеграции. Это одна из форм дедуктивной интерпретации понятий геосистемных интертеорий, поскольку выявленные эмпирические обобщения можно формально отобразить разными научными средствами, например, термодинамики, и должны быть установлены интерпретационные переходы из одной объясняющей системы знаний в другую с иными числовыми и функциональными инвариантами. При этом требуется «тонкая настройка» коэффициентов моделей с определением естественных интервалов их изменчивости, в которых исследуемые объекты могут существовать.

Географическая среда (изменчивый средовый фон) привносит искажения в измерения. Для обеспечения точности расчетов необходимо исключить ее влияние, разными способами перевести исходные данные в безразмерные относительные величины. В то же время, для привязки к местности при вычислениях требуется в формулах учесть условия и обстоятельства действия законов интертеорий. В этом состоит своеобразие географической точности, которая в таком смысле точнее других наук, ее знание конкретней и многообразней, практически полезней в задачах территориального управления. С этим связано распространенное заимствование идей ландшафтного мышления в иных системах знаний, и напротив, необходимость привлечения в географию разработок из других дисциплин, в частности, дифференциальной геометрии и физической теории калибровочных и квантовых полей.

Специфика географических исследований определяется их предметным положением в иерархии научных знаний на метатеоретическом уровне и позволяет переводить общие представления в статистические связи количественных показателей и математическую форму. Предполагается наличие достаточно точно измеренных данных, совершенного терминологического аппарата и методов создания графоаналитических моделей связи понятий для перехода к математическому моделированию. Установленные связи эмпирических данных в инвариантной форме универсальных уравнений и констант становятся показателями истинности научных результатов в дополнение к полноте и красоте географического описания, картографического изображения и теоретического выражения знаний.

Применение математических методов не способно заменить традиционные географические исследования, которые могут быть успешными лишь в сочетании с другими методами. Однако центральное положение математики в системе наук открывает новые перспективы осознанного превращения географии в настоящее точное знание со своей спецификацией и ориентацией на местную геосреду.

Благодарности. Исследование выполнено за счет средств государственного задания (№ госрегистрации темы АААА-А21-121012190056-4).

Acknowledgments. The study was carried out at the expense of the state task (state registration number АААА-А21-121012190056-4).

Литература

1. Котляков В.М. География как важнейшая наука об окружающей среде // *Экология и жизнь*. 2012. № 1. С. 36–42.
2. Хаггетт П. География: синтез современных знаний. М.: Прогресс, 1979. 684 с.
3. Бакланов П.Я. Географические измерения: виды, шкалы, параметры // *Украинский географический журнал*. 2013. № 2. С. 17–22.
4. Черкашин А.К. Географическая точность и особенности метрологического моделирования геопространственных данных // *Український метрологічний журнал*. 2014. № 2. С. 7–15.
5. Черкашин А.К. География, философия и математика: тождество противоположностей в системе научных знаний // *Тихоокеанская география*. 2024. № 3. С. 5–22.
6. Сочава В.Б., Михеев В.С., Ряшин В.А. Опыт количественной оценки природных режимов географических фаций // *Доклады Ин-та географии Сибири и Д. Востока*. Иркутск, 1965. Вып. 8. С. 3–21.
7. Сочава В.Б. Теоретическая и прикладная география: Избранные труды. Новосибирск: Наука, 2005. 288 с.
8. Докучаев В.В. Русский чернозем: Избр. соч. Т. 1. М.: Изд-во сельхоз. лит., 1948. 480 с.
9. Методика ландшафтных исследований / Ред. А.Г. Исаченко и В. С. Преображенский. Л.: Геогр. о-во СССР. Комиссия ландшафтных исследований. Институт географии АН СССР, 1971. 152 с.
10. Григорьев А.А. Задачи комплексного исследования территорий // *Природа*. 1926. № 5–6. С. 43–58.
11. Григорьев А.А. Опыт аналитической характеристики состава и строения физико-географической оболочки земного шара. Л.; М.: Географо-экономический научно-исследовательский институт Ленинградского гос. ун-та, 1937. 68 с.
12. Дьяконов К.Н. Базовые концепции ландшафтоведения и их развитие // *Вестник Московского университета. Серия 5. География*. 2005. № 1. С. 4–12.
13. Шакирова Ю.А., Панасюк М.В. Методы исследования территориальных социально-экономических систем. Казань: Казан. федеральный ун-т, 2020. 113 с.
14. Roger M. *The Changing Nature of Geography*. Routledge, 2014. 168 p.
15. Тютюнник Ю.Г. Возможности и пределы физико-математических интерпретаций в ландшафтоведении // *Изв. РГО*. 2019. Т. 151, вып. 6. С. 94–103.
16. Черкашин А.К. Географическая герменевтика: понятия, модели и методы исследования // *Географический вестник*. 2024. № 4 (71). С. 183–194.
17. Черкашин А.К. Предмет географических исследований: метатеоретический подход // *Известия РГО*. 2022. Т. 154, № 2. С. 1–19.
18. Сочава В.Б. Системная парадигма в географии // *Известия РГО*. 1973. Т. 105, № 5. С. 393–401.
19. Тикунов В.С. Моделирование в картографии. М.: Изд-во Московского университета, 1997. 403 с.
20. Фролов А.А., Черкашин А.К. Высотный градиент как комплексный фактор формирования микроразнообразия ландшафтов и серийности геосистем // *География и природные ресурсы*. 2012. № 1. С. 14–24.
21. Черкашин А.К. Особенности географического мета-анализа // *Географический вестник*. 2021. № 2 (57). С. 6–21.
22. Оскорбин Н.М., Жилин С.И., Дронов С.В. Сравнение статистической и нестатистической оценок параметров эмпирической зависимости // *Известия Алтайского государственного университета*. 1998. № 4. С. 38–41.
23. Месарович М., Такахара Я. Общая теория систем: математические основы. М.: Мир, 1978. 312 с.
24. Ландшафтно-интерпретационное картографирование / Ред. А.К. Черкашин, Новосибирск: Наука, 2005. 424 с.
25. Экологически ориентированное землепользование в Байкальском регионе / Ред. А.К. Черкашин. Иркутск: Институт географии СО РАН, 2002. 149 с.
26. Friederich S. Fine-Tuning // *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Winter 2023 Edition), Edward N. Zalta & Uri Nodelman (eds.). [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://plato.stanford.edu/archives/win2023/entries/fine-tuning/> (дата обращения: 19.04.2024).

27. Черкашин А.К., Фролов А.А. Дискретный анализ пространственно-временной изменчивости геосистем Байкальской Сибири // Известия РГО. 2024. Т. 154, № 2. С. 213–233.
28. Родоман Б.Б. Поляризованный ландшафт // Социально-экономическая география: понятия и термины. Словарь-справочник / Ред. А.П. Горкин. Смоленск: Ойкумена, 2013. С. 178–179.
29. Бунге В. Теоретическая география. М.: Прогресс, 1967. 280 с.
30. Черкашин А.К. Полисистемный анализ и синтез. Приложение в географии. Новосибирск: Наука, 1997. 502 с.
31. Крауклис А.А. Проблемы экспериментального ландшафтоведения. Новосибирск: Наука, 1979. 233 с.
32. Черкашин А.К., Лесных С.И. Поведенческая география как направление теоретических исследований и моделирования // Географический вестник. 2023. № 4 (67). С. 6–26.
33. Fujita M., Krugman P., Venables A. The spatial economy: cities, regions, and international trade. Cambridge, MA: MIT Press, 1999. 367 p.
34. Тарко А.М. Антропогенные изменения глобальных биосферных процессов. Математическое моделирование. М.: Физматлит, 2005. 231 с.
35. Арманд Д.Л. Географическая среда и рациональное использование природных ресурсов. М.: Наука, 1983. 240 с.
36. Сасскинд Л. Космический ландшафт. Теория струн и иллюзия разумного замысла Вселенной. СПб.: Питер, 2015. 448 с.
37. Хильми Г.Ф. Основы физики биосферы. Л.: Наука, 1966. 300 с.
38. Жирмунский А.В., Кузьмин В.И. Критические уровни в развитии природных систем. Л.: Наука, 1990. 223 с.
39. Глазьев С.Ю. Открытие закономерности смены технологических укладов в ЦЭМИ АН СССР // Экономика и математические методы. Т. 54, № 3. С. 17–30.
40. Черкашин А.К. Математические модели проявления устойчивого развития территорий // География и природные ресурсы. 2025. № 1. С. 38–52.
41. Викторов А.С. Рисунок ландшафта: анализ геометрических свойств ландшафта и его практическое применение. М.: Ленанд, 2020. 184 с.
42. Vinogradov B.V. Aerospace monitoring of ecosystem dynamics and ecological prognoses // Photogrammetria. 1988. Vol. 43, N 1. P. 1–16.
43. Численко Л.Л. Структура фауны и флоры в связи с размерами организмов. М.: Изд-во МГУ, 1981. 208 с.
44. Суханов В.В., Иванов О.А. О полимодальном распределении курильского эпипелагического нектона по массе тела особей // Известия Тихоокеанского научно-исследовательского рыбохозяйственного центра. 2001. Т. 128. С. 390–408.
45. Садовский М.А., Писаренко В.Ф. Подobie в геофизике // Природа. 1991. № 1. С. 13–23.
46. Суханов С.И. О возможном влиянии блочности земной коры на особенности распределения социальных территорий по размерам // Докл. АН СССР. 1988. Т. 303, № 5. С. 1093–1109.
47. Шевелев И.Ш., Марутаев М.А., Шмелев И.П. Золотое сечение: три взгляда на природу гармонии. М.: Стройиздат, 1990. 343 с.
48. Курленя М.В., Опарин В.Н. О масштабном факторе явления зональной дезинтеграции горных пород и канонических рядах атомно-ионных радиусов // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. 1996. № 2. С. 35–40.
49. Гузев М.А., Одинцев В.Н., Макаров В.В. Принципы построения континуальной модели иерархически-блочной геосреды // Фундаментальные и прикладные вопросы горных наук. 2021. Т. 8, № 1. С. 42–52.

References

1. Kotlyakov, V.M. Geography as the most important environmental science. *Ecology and life*. 2012, 1, 36-42. (In Russian)
2. Haggett, P. Geography: synthesis of modern knowledge. Progress: Moscow, Russia. 1979; 684 p. (In Russian)
3. Baklanov, P.Ya. Geographical measurements: types, scales, parameters. *Ukrainian Geographical Journal*. 2013, 2, 17-22. (In Russian)
4. Cherkashin, A.K. Geographical accuracy and features of metrological modeling of geospatial data. *Ukrainian Metrological Journal*. 2014, 2, 7-15. (In Russian)
5. Cherkashin, A.K. Geography, philosophy and mathematics: the identity of opposites in the system of scientific knowledge. *Pacific Geography*. 2024, 3, 5-22. (In Russian)
6. Sochava, V.B.; Mikheev, V.S.; Ryashin, V.A. Experience of quantitative assessment of natural regimes of geographical facies. *Reports of the Institute of Geography of Siberia and the Far East*. Irkutsk. Russia. 1965, Issue 8, 3-21. (In Russian)
7. Sochava, V.B. Theoretical and applied geography: Selected works. Nauka: Novosibirsk. Russia. 2005; 288 p. (In Russian)
8. Dokuchaev, V.V. Russian chernozem / Selected works Vol. 1. Publishing house of agricultural literature: Moscow. Russia. 1948; 480 p. (In Russian)

9. Methodology of landscape research / Ed. by A. G. Isachenko and V. S. Preobrazhensky, The Landscape Research Commission. Institute of Geography of the USSR Academy of Sciences, Geographical Institute of the USSR: Leningrad. Russia. 1971; 152 p. (In Russian)
10. Grigoriev, A.A. The tasks of a comprehensive study of territories. *Nature*. 1926, 5-6, columns 43-58. (In Russian)
11. Grigoriev, A.A. Experience of analytical characterization of the composition and structure of the physical and geographical shell of the globe. Geographical and Economic Research Institute of Leningrad State University: Leningrad-Moscow. Russia. 1937; 68 p. (In Russian)
12. Dyakonov, K.N. Basic concepts of landscape science and their development. *Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 5, Geografiya*. 2005, 1, 4-12. (In Russian)
13. Shakirova, Yu.A.; Panasyuk M.V. Research methods of territorial socio-economic systems. Kazan Federal University: Kazan. Russia. 2020, 113 p. (In Russian)
14. Roger, M. The Changing Nature of Geography. Routledge, 2014. 168 p.
15. Tyutyunnik, Yu.G. Possibilities and limits of physical and mathematical interpretations in landscape science. *News of the Russian Geographical Society*. 2019, 151 (6), 94-103. (In Russian)
16. Cherkashin, A.K. Geographical hermeneutics: concepts, models and research methods. *Geographical bulletin*. 2024, 71(4), 183-194. (In Russian)
17. Cherkashin, A.K. The subject of geographical research: a metatheoretical approach. *Bulletin of the Russian Geographical Society*. 2022, 154 (2), 1-19. (In Russian)
18. Sochava, V.B. System paradigm in geography. *Bulletin of the Russian Geographical Society*. 1973, 105(5), 393-401. (In Russian)
19. Tikunov, V.S. Modeling in cartography. Publishing House of the Moscow University: Moscow. Russia. 1997; 403 p. (In Russian)
20. Frolov, A.A.; Cherkashin, A.K. Altitude gradient as a complex factor in the formation of microzonal landscapes and serial geosystems. *Geography and natural resources*. 2012, 1, 14-24. (In Russian)
21. Cherkashin, A.K. Features of geographical meta-analysis. *Geographical Bulletin*. 2021, 57(2), 6-21. (In Russian)
22. Obrabin, N.M.; Zhilin, S.I.; Dronov, S.V. Comparison of statistical and non-statistical estimates of empirical dependence parameters. *Izvestiya of Altai State University*. 1998, 4, 38-41. (In Russian)
23. Mesarovich, M.; Takahara, Ya. General theory of systems: mathematical foundations. Mir: Moscow. Russia. 1978; 312 p. (In Russian)
24. Landscape and interpretive mapping / Ed. by A.K.Cherkashin, Nauka: Novosibirsk. 2005; 424 p. (In Russian)
25. Ecologically oriented land use in the Baikal region / Ed. by A.K.Cherkashin. Institute of Geography SB RAS: Irkutsk. 2002; 149 p. (In Russian)
26. Friederich, S. Fine-Tuning / The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Winter 2023 Edition), Edward N. Zalta & Uri Nodelman (eds.). Available online: <https://plato.stanford.edu/archives/win2023/entries/fine-tuning/>. (accessed on 19 April 2024).
27. Cherkashin, A.K.; Frolov, A.A. Discrete analysis of spatial and temporal variability of geosystems of Baikal Siberia. *Bulletin of the Russian Geographical Society*. 2024, 154(2), 213-233. (In Russian)
28. Rodoman, B.B. Polarized landscape. Socio-economic geography: concepts and terms. Dictionary-reference book. Ed. by A.P. Gorkin. Oikumena: Smolensk, Russia. 2013, 178-179. (In Russian)
29. Bunge, W. Theoretical geography. Progress: Moscow, Russia. 1967, 280 p. (In Russian).
30. Cherkashin, A.K. Polysystem analysis and synthesis. An application in geography. Nauka: Novosibirsk. Russia. 1997; 502 p. (In Russian)
31. Krauklis, A.A. Problems of experimental landscape science. Nauka: Novosibirsk, Russia, 1979; 233 p. (In Russian)
32. Cherkashin, A.K.; Lesnykh, S.I. Behavioral geography as a field of theoretical research and modeling. *Geographical bulletin*. 2023, 67(4), 6-26. (In Russian)
33. Fujita, M.; Krugman, P.; Venables, A. The spatial economy: cities, regions, and international trade. Cambridge, MA: MIT Press, 1999; 367 p.
34. Tarko, A.M. Anthropogenic changes in global biospheric processes. Mathematical modeling. Fizmatlit: Moscow. Russia. 2005; 231 p. (In Russian)
35. Armand, D.L. Geographical environment and rational use of natural resources. Nauka: Moscow. Russia, 1983; 240 p. (In Russian)
36. Susskind, L. The cosmic landscape. String theory and the illusion of a rational design of the Universe. Peter: St. Petersburg. Russia. 2015; 448 p. (In Russian)
37. Hilmi, G.F. Fundamentals of biosphere physics. Nauka: Leningrad. Russia. 1966; 300 p. (In Russian)
38. Zhirmunsky, A.V.; Kuzmin, V.I. Critical levels in the development of natural systems. Nauka: Leningrad, Russia. 1990; 223 p. (In Russian)
39. Glazyev, S.Y. Discovery of the pattern of technological change in the CEMI of the USSR Academy of Sciences. *Economics and Mathematical methods*. 2018, 54(3), 17-30. (In Russian)
40. Cherkashin, A.K. Mathematical models of the manifestation of sustainable development of territories. *Geography and natural resources*. 2025, 1, 38-52. (In Russian)

41. Viktorov, A.S. Landscape drawing: analysis of geometric properties of the landscape and its practical application. Lenand: Moscow. Russia. 2020; 184 p. (In Russian)
42. Vinogradov, B.V. Aerospace monitoring of ecosystem dynamics and ecological prognoses. *Photogrammetria*. 1988, 43(1), 1-16.
43. Chislenko, L.L. The structure of fauna and flora in relation to the size of organisms. Publishing House of Moscow State University: Moscow. Russia. 1981; 208 p. (In Russian)
44. Sukhanov, V.V.; Ivanov, O.A. On the polymodal distribution of the Kuril epipelagic necton by body weight of individuals. In *Proceedings of the Pacific Scientific Research Fisheries Center*. 2001, Vol. 128, 390-408. (In Russian)
45. Sadosky, M.A.; Pisarenko, V.F. Similarity in geophysics. *Nature*. 1991, 1, 13-23. (In Russian)
46. Sukhonos, S.I. On the possible influence of the blockiness of the Earth's crust on the distribution of social territories by size. *Reports of the USSR Academy of Sciences*. 1988, 303(5), 1093-1109. (In Russian)
47. Shevelev, I.Sh.; Marutaev, M.A.; Shmelev, I.P. The Golden section: three views on the nature of harmony. Stroyizdat: Moscow. Russia. 1990; 343 p. (In Russian)
48. Kurlenya, M.V.; Oparin, V.N. On the large-scale factor of the phenomenon of zonal disintegration of rocks and canonical series of atomic-ion radii. *Physico-technical problems of mining*. 1996, 2, 35-40. (In Russian)
49. Guzev, M. A.; Odintsovo, V. N.; Makarov, V. V. Principles of constructing a continuum model of a hierarchical-block geomedia. *Fundamental and applied issues of Mining Sciences*. 2021, 8(1), 42-52. (In Russian)

Статья поступила в редакцию 19.06.2025; одобрена после рецензирования 1.08.2025; принята к публикации 12.08.2025.

The article was submitted 19.06.2025; approved after reviewing 1.08.2025; accepted for publication 12.08.2025.

